RISTRETTO

DI

ARITMETICA

Frazioni

—





Firenze 1851. — Tipografia Nazionale Italiana.

Che cosa è frazione?

La Frazione è una parte dell'unità.

Come si concepisce una Frazione misurata?

Si concepisce la Frazione misurata come un'unità divisa in parti uguali di cui se ne siano prese alcune.

Come facciamo per misurare una frazione?

Per misurare una frazione, divido l'unità in parti eguali, e una di queste la riporto sulla frazione, e vi starà un numero di volte che indicheranno la grandezza della frazione. Così se voglio misurare un pezzo di panno minore d'un braccio, divido il braccio in parti eguali, per esempio in 20 parti, e se una di queste sta nella frazione 4 volte, la frazione si dirà essere *quattro ventesimi*.

Come si esprime una frazione misurata?

Per indicare una frazione misurata occorrono due numeri; uno che indichi in quante parti è stata divisa l'unità, l'altro che indichi quante di quelle parti si son prese, o quante volte una di quelle parti sta nella frazione.

Come si chiamano i due numeri con cui si scrive una frazione?

Il numero che indica in quante parti è st[illegible] divisa l'unità dicesi *denominatore*, quello [illegible] indica quante di quelle parti si son prese o quante volte una di quelle parti sta nella frazione dicesi *numeratore*.

Come si scrive una frazione?

[illegible]azione si scrive mettendo il numeratore al disopra di una lineetta orizzontale e al disotto di essa si scrive il denominatore, come

$$\frac{4}{8}, \quad \frac{5}{6}$$

Che cosa indica la frazione 4/8?

La frazione $\frac{4}{8}$ indica che è stata divisa l' unità in otto parti uguali e che di queste parti ne sono state prese quattro.

Il resto di una divisione diviso per il divisore è una frazione?

Il resto di una divisione diviso per il divisore è una frazione, perchè se divido per esempio 11 per 3, ho per quoziente intero 3, e per resto 2, il quale pure sarà da dividersi per 3; ora 2 è di due unità, ciascuna delle quali deve essere divisa per 3, ed avremo 1/3 e 1/3 che fa 2/3. E poichè il resto è sempre minore del divisore, avverrà sempre per ogni resto diviso per il divisore, che avremo una quantità su cui potremo fare la dimostrazione fatta sopra, ossia ogni resto diviso per il divisore è una frazione.

Cosa s'intende per quantità frazionaria?

Per quantità frazionaria s' intende una quantità maggiore dell' unità espressa sotto forma di frazione come 9/6, 5/4 ec. Infatti 9/6 indica che l'unità è stata divisa in 6 parti e se ne son prese 9, cioè più di quelle nelle quali è stata divisa l' unità.

Di due o più frazioni con numeratori uguali e denominatori disuguali quale è la maggiore?

Di due o più Frazioni con numeratori uguali e denominatori disuguali, la maggiore sarà quella che avrà il denominatore più piccolo, perchè in questa l' unità è stata divisa in un numero minore di parti, perciò queste parti saranno più grandi perchè quante più parti mo di un'unità, tanto più piccole saranno q parti, e quante meno ne faremo, tanto esse saranno più grandi e prendendone ugual num ne viene che di quelle frazioni che le numeratore, e diverso denominatore, la maggiore è quella che ha denominatore minore.

Per esempio delle due frazioni 4/8 e 4/6 la maggiore sarà 4/6 perchè in questa frazione l'unità è stata divisa in sei parti, e nel-

l' altra frazione è stata divisa in otto parti; il numero delle parti prese in ambedue le frazioni è uguale, per ciò 4/6 è la maggiore.

Di due o più frazioni con numeratori disuguali e denominatori uguali la maggiore sarà quella che ha il numeratore più grande, perchè in essa abbiamo preso un numero maggiore di parti, mentre in ambedue le frazioni l' unità è stata divisa in un egual numero di parti le quali perciò sono di eguale grandezza.

Di due o più frazioni con numeratori ineguali e denominatori uguali quale è la maggiore?

Per esempio la frazione 6/8 sarà maggiore della frazione 4/8 perchè in ambedue queste frazioni l' unità è stata divisa in un egual numero di parti le quali perciò sono uguali; ma di queste parti, nella prima frazione se ne son prese quattro, nella seconda sei, dunque 6/8 è maggiore di 4/8.

Per rendere un dato numero di volte più grande una frazione, si moltiplica il numeratore per quella data quantità di cui si vuol render più grande la quantità, e al prodotto si dà per denominatore il denominatore della frazione medesima. Per esempio, se si voglia render due volte più grande la frazione 5/8 si moltiplicherà 5 per due e si dirà due volte 5 fa 10 ed avremo la quantità 10/8 che è maggiore della frazione 5/8; perchè di due frazioni coi denominatori uguali e i numeratori disuguali la maggiore è quella che ha il numeratore maggiore, perciò 10/8 è maggiore di 5/8 e 10/8 è doppia di 5/8 perchè 10/8 ha il numeratore ... doppio del numeratore di 5/8.

Come si fa a rendere un dato numero di volte più grande una frazione? Ossia moltiplicando il numeratore, la frazione viene lo stesso numero di volte più grande?

Dividendo il denominatore per quella stessa quantità di cui si vuol render più grande la frazione, la frazione viene più grande di tante volte di quanto si è diviso il denominatore. Per esempio se di 5/8 divido il denomi-

Dividendo il denominatore per un numero la frazione viene lo stesso nu-

numero di volte più grande?

natore 8 per 2, si direbbe il 2 nell'8 vi sta 4 volte, dunque avremo la frazione 5/4 maggiore della frazione 5/8, perchè di due frazioni che abbiano i numeratori uguali e i denominatori disuguali, la maggiore è quella che ha il denominatore più piccolo.

Come si fa a rendere un dato numero di volte più piccola una frazione? Ossia moltiplicando il denominatore per un numero la frazione che resulta è lo stesso numero di volte più piccola?

Per rendere un dato numero di volte più piccola una frazione si moltiplica il denominatore per quella data quantità della quale si vuol render più piccola la frazione. Per esempio voglio render due volte più piccola la frazione 6/8: potremo moltiplicare il denominatore per due, ed avremo la frazione 6/16 che è minore della metà della frazione 6/8 perchè di due frazioni con numeratori uguali e denominatori disuguali, la minore è quella che ha il denominatore più grande.

Dividendo il numeratore d'una frazione per una quantità, la frazione viene più piccola di quella medesima quantità?

Dividendo il numeratore della frazione 6/8 per la quantità 2 avremo la frazione 3/8 che è minore della frazione 6/8, perchè di due frazioni coi denominatori uguali, e i numeratori disuguali la minore è quella che ha il numeratore più piccolo.

Moltiplicando i due termini di una frazione per una stessa quantità la frazione non resta alterata?

Se si moltiplicano per una stessa quantità i due termini di una frazione, la frazione non resta alterata, poichè moltiplicando il numeratore la frazione aumenta, moltiplicando il denominatore, la frazione diminuisce. Infatti moltiplicando il denominatore le parti crescono di numero, e diminu[illegible] grandezza; moltiplicando il nume[illegible] desima quantità si accresce il numero [illegible] parti prese, e così la frazione cresce e diminuisce della medesima quantità di volte. Se per esempio si moltiplicano per 2 i due termini della frazione 4/8 si avrà la frazione 8/16

che è uguale alla frazione 4/8: poichè nella frazione 4/8 l'unità era stata divisa in otto parti e nella frazione 8/16 l'unità è stata divisa in sedici parti; dunque nella frazione 8/16 le parti sono due volte più piccole, ma nella frazione 4/8 le parti prese erano 4, e nella frazione 8/16 ne sono state prese 8, dunque se ne son prese un numero due volte maggiore; perciò la frazione resta la stessa.

Dividendo i due termini di una frazione per la medesima quantità la frazione non rimane alterata?

Dividendo i due termini di una frazione per una medesima quantità la frazione non rimane alterata, perchè dividendo il denominatore, le parti che rappresentano come è stata divisa l'unità saranno meno, ma più grandi, e dividendo il numeratore per la medesima quantità le parti che si prendono, scemano. Ora dividendo il denominatore la frazione cresce, dividendo il numeratore per la medesima quantità la frazione scema; dunque dividendo i due termini d'una frazione per la medesima quantità la frazione non rimane alterata.

Come si fa a giudicare della grandezza di più frazioni quando queste abbiano numeratori e denominatori diversi?

Per giudicare della grandezza di più frazioni con numeratori e denominatori diversi bisogna ridurle allo stesso denominatore.

Come si fa a ridurre più frazioni allo stesso denominatore?

Per ridurre più frazioni allo stesso denominatore si moltiplicano i due termini di ciascuna frazione per i denominatori delle altre. Per esempio se si abbiano da ridurre allo stesso denominatore le due frazioni 4/6 e 5/8, moltiplicheremo i due termini della frazione 4/6 per il denominatore della frazione 5/8, ed avremo la frazione 32/48 che è uguale alla frazione 4/6 perchè moltiplicando i due ter-

mini di una frazione per una medesima quantità la frazione non resta alterata; quindi si moltiplicheranno ambedue i termini della frazione 5/8 per il denominatore della frazione 4/6 cioè per 6, ed avremo la frazione 30/48 eguale per la stessa ragione detta di sopra alla frazione 5/8; d'altronde i denominatori vengono i medesimi perchè si moltiplicano fra loro. Così ridotte le frazioni al medesimo denominatore potremo giudicare della lor grandezza. Se le frazioni da ridursi allo stesso denominatore saranno più di due, come per esempio

$$\frac{5}{8} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{7}$$

si scrivono come segue

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7}{8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1050}{1680}$$

$$\frac{4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 7}{6 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1120}{1680}$$

$$\frac{3 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7}{5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1008}{1680}$$

$$\frac{5 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6}{7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1200}{1680}$$

Una quantità con numeratore e denominatore uguali, è un'unità?

Una quantità col numeratore uguale al denominatore, è una unità, perchè se ho 4/4 l'unità è stata divisa in 4 parti e se ne sono prese 4 cioè abbiamo presa tutta l'unità.

Da una quantità frazionaria

Se ho la quantità frazionaria 11/2 per esempio, siccome 2/2 è uguale a uno, levo

due mezzi da 11/2 quante volte posso, e avrò tante unità quante volte possa levare 2/2 da 11/2, ossia divido 11 per 2 ed ho per quoziente 5 e di resto uno, e però $11/2 = 5 \text{ e } \frac{1}{2}$

levare gli intieri.

Dunque dividendo il numeratore per il denominatore, il quoziente indicherà le unità che sono nella quantità frazionaria; e se vi è un resto, avrò un intiero più una frazione.

Come faremo a ridurre al medesimo denominatore, quando il denominatore più grande di più frazioni è multiplo di tutti gli altri?

Se ho le frazioni $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ da ridursi al medesimo denominatore, osservo che 12 è multiplo di tutti gli altri denominatori.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{12}$$

$$3 \quad 2 \quad 1$$

$$\frac{9}{12} \quad \frac{10}{12} \quad \frac{7}{12}$$

ora se divido 12 per 4, per 6 e per 12, denominatore delle frazioni date, e i quozienti li scrivo sotto le frazioni medesime, e poi moltiplico i due termini di ciascuna frazione per tali quozienti respettivi, avrò

$$\frac{9}{12} \quad \frac{10}{12} \quad \frac{7}{12}$$

le quali hanno il medesimo denominatore e sono uguali alle date, perchè ambedue i termini delle frazioni sono stati moltiplicati per la medesima quantità. Dunque in questo caso, cioè, quando un denominatore è multiplo degli altri denominatori, per ridurre al

medesimo denominatore, divido il denominatore maggiore per gli altri denominatori, e per ciascun quoziente che ottengo moltiplico i due termini della frazione respettiva.

Come si riduce al medesimo denominatore, quando il denominatore maggiore non essendo multiplo degli altri, può rendersi multiplo di tutti gli altri.

Quand'ho delle frazioni come

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{2}{18}$$

nelle quali il maggiore denominatore, come 18, non è multiplo degli altri, ma che moltiplicando per un numero divien multiplo degli altri, moltiplico i due termini della frazione del maggior denominatore per tal numero e poi opero nel modo detto nel caso precedente. Così nel caso nostro moltiplico i due termini di

$$\frac{2}{18} \text{ per 2 ed ho } \frac{4}{36} \text{ uguali a } \frac{2}{18}$$

ora 36 è multiplo di 4 e di 6, cosicchè faccio come nel caso precedente.

Altro metodo per la riduzione delle frazioni al medesimo denominatore.

Se avessimo le frazioni

$$\frac{3}{8} \quad \frac{7}{11} \quad \frac{10}{13}$$

da ridursi al medesimo denominatore, moltiplicherei i denomitatori fra loro, e avrei

8 × 11
—
88 × 13
—
88
264
——
1144
——

ora 1144 è divisibile per 8, per 11 e per 13 che sono fattori di 1144. Divido 1144 per 8,

$$1144 \,|\, \frac{8}{143}$$

ed ho per quoziente 143; divido 1144 per 11

$$1144 \,|\, \frac{11}{104}$$

ed ho per quoziente 104; divido 1144 per 13

$$1144 \,|\, \frac{13}{88}$$

ed ho per quoziente 88; e i quozienti li scrivo sotto le respettive frazioni così

$$\frac{3}{8} \quad \frac{7}{11} \quad \frac{10}{13}$$

143. 104. 88.

Adesso, se moltiplico i due termini di ciascuna frazione per tali quozienti respettivi, le frazioni non rimangono alterate perchè moltiplico i due termini per la medesima quantità, e il denominatore di tutti sarà 1144. Infatti ho per resultato

$$\frac{429}{1144} \quad \frac{728}{1144} \quad \frac{880}{1144}$$

Come si fa per ridurre un intero unito ad una frazione a quantità frazionaria?

Per ridurre a quantità frazionaria un intero unito ad una frazione, si moltiplica l'intero per il denominatore della frazione, e al prodotto vi si aggiunge il numeratore, e al resultato si dà per denominatore il denominatore della frazione medesima. Per esempio dovendo ridurre a quantità frazionaria 7, 3/8 si moliplichi 7 per 8 ed avremo per prodotto 56 al quale aggiungendo 3 avremo 59, dunque 7, 3/8 = 59/8 e ciò perchè 7 ridotto a ottavi, essendo ogni unità $\frac{8}{8}$, ci darà

7×8 ossia 56 ottavi, ai quali aggiunti i $\frac{3}{8}$, abbiamo $\frac{59}{8}$

Come si fa a ridurre una frazione alla più semplice espressione?

Pe ridurre una frazione alla più semplice espressione si dividono i due termini della frazione per un numero che li divida esattamente ambedue; se i due termini della frazione che ne resulta sono ancora divisibili per una stessa quantità, si divideranno ancora per tal quantità e così si seguiterà finchè i due termini della frazione che ne otteniamo non sian più entrambi divisibili esattamente per una medesima quantità. Per esempio si abbia la frazione $\frac{81}{243}$ da ridursi alla più semplice espressione. I due termini di questa frazione sono ambedue esattamente divisibili per 9, e facendo l'operazione resulta la frazione $\frac{9}{27}$ i due termini della qual frazione sono ancora esattamente divisibili per 9. Dividendo adunque per 9 ambedue i termini della frazione $\frac{9}{27}$ ne resulta la frazione $\frac{1}{3}$ che non è più divisibile esattamente per una stessa quantità. Dunque

$$\frac{81}{243} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

Massimo co-

Dati due o più numeri, il divisore che sia più grande di tutti quelli che possono di-

videre quei numeri dati, dicesi *massimo comune divisore.*

mun divisore cosa è ?

Se avessi 360, e 276, per cercare il massimo comune divisore fra tali numeri, divido 360 per 276, ed ho per quoziente 1 e per resto 84. Divido ora 276 per 84 ed ho per quoziente 3 e per resto 24.

Divido ora il resto 84 per il resto ultimo 24 ed ho per quoziente 3 e per resto 12.

Divido ora il resto precedente 24 per l'ultimo resto 12, ed ho un quoziente esatto 2, per cui concludo che 12 è il massimo comune divisore di 360 e di 276.

Cercare il massimo comune divisore fra due numeri.

360 | 276 / 1+84

276 | 84 / 3+24

84 | 24 / 3+12

L'operazione si fa in questa guisa

360	1	3	3	2
	276	84	24	12
84	24	12	0	

Adunque per trovare il massimo comun divisore fra due numeri divido il più grande per il più piccolo numero, e se non vi è resto, tal più piccolo numero sarà il massimo comune divisore; se vi è un resto, divido il numero minore dato per quel resto, e se la divisione si fa esattamente, tal primo resto sarà il massimo comune divisore. Se la seconda divisione dà un resto, divido il primo resto per il secondo, e continuo sempre a dividere il resto precedente per l'ultimo resto finchè non ottengo un quoziente esatto; quando l'ultimo resto divide esattamente il resto precedente, tale ultimo resto sarà il massimo comune divisore.

Quando avrò da semplicizzare una frazione, potrò trovare il massimo comune divisore fra i due termini della frazione, e trovatolo dividerò tali due termini per quel

Uso del massimo comune divisore.

massimo comune divisore, e i quozienti ottenuti formeranno la frazione semplicizzata, così se ho $\frac{276}{360}$ da schisarsi o semplicizzarsi, poichè il massimo comune divisore fra 360 e 276, è 12, divido 276 per 12, ed ho per quoziente 23. Divido 360 per 12 ed ho per quoziente 30, onde $\frac{23}{30}$ è la frazione uguale a $\frac{276}{360}$ la quale così rimane semplicizzata.

Che cosa s'intende per frazioni omogenee?

Si chiamano frazioni omogenee quelle frazioni che hanno fra loro i denominatori uguali. Per esempio

$$\frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{6}{8}$$

sono frazioni omogenee perchè hanno i denominatori uguali.

Si noti che l'omogeneità delle frazioni non è solo determinata dalla uguaglianza dei denominatori. Se le frazioni sono astratte l'omogeneità dipende solamente dalla uguaglianza del denominatore, ma se sono concrete l'omogeneità dipende ancora dalla medesima specie di unità a cui esse frazioni si debbono riferire.

Che s'intende per frazioni eterogenee?

Si chiamano eterogenee quelle frazioni che hanno fra loro i denominatori disuguali per esempio

$$\frac{5}{9}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$$

sono frazioni eterogenee perchè hanno i denominatori fra loro disuguali.

Addizione delle Frazioni

Come si eseguisce l' Addizione delle frazioni.

Se le frazioni da addizionarsi sono omogence si addizionano fra loro i numeratori e alla somma si dà per denominatore il denominatore comune. Per esempio dovendo addizionare

$$\frac{3}{9} \text{ con } \frac{5}{9} \text{ con } \frac{7}{9}$$

si addizioneranno i numeratori ed avremo 15 a cui daremo per denominatore 9, dunque

$$\frac{3}{9} + \frac{5}{9} + \frac{7}{9} = \frac{15}{9}$$

Se poi le frazioni da addizionarsi sono eterogenee si ridurranno prima allo stesso denominatore, e ne risulterà

$$\frac{3}{4} = \frac{144}{192}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{160}{192}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{144}{192}$$

e la somma sarà $\frac{448}{192}$ perchè

$$\begin{array}{r} 144 \\ 160 \\ 144 \\ \hline \text{fa } 448 \\ \hline 192 \end{array}$$

Sottrazione

In che consiste la sottrazione?

La sottrazione delle frazioni consiste nel trovare l'eccesso o la differenza fra due frazioni o il resto che si ha togliendo una frazione da un'altra.

Quanti casi si danno nella sottrazione?

Si possono dare due casi, cioè se le frazioni su cui si deve operare la sottrazione sono omogenee, o se sono eterogenee.

Come si opera nel primo caso delle frazioni omogenee?

Se le frazioni su cui si deve effettuare la sottrazione sono omogenee toglieremo il numeratore minore del sottrattore da quello maggiore del sottraendo e alla differenza daremo per denominatore il denominatore delle frazioni medesime, come da 8/9 volendo togliere 4/9 si toglierà 4 da 8 ed avremo

$$\frac{8}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$

Come si opera nel secondo caso delle frazioni eterogenee?

Se le frazioni sono eterogenee si ridurranno prima allo stesso denominatore e poi si toglierà il numeratore minore da quello maggiore, e alla differenza si darà per denominatore il denominatore delle frazioni medesime, ridotte al medesimo denominatore; per esempio si abbia da torre 5/8 da 4/6 si riducono allo stesso denominatore ed ho

$$\frac{5}{8} = \frac{30}{48} \quad e \quad \frac{4}{6} = \frac{32}{48}$$

tolgo 30 dal 32 ed ottengo

$$\frac{32}{48} - \frac{30}{48} = \frac{2}{48} \text{ cioè } \frac{5}{8} - \frac{4}{6} = \frac{2}{48}$$

Sottrazione d'intieri uniti a frazioni.

Se si deve operare la sottrazione su frazioni unite ad intieri si eseguisce prima sugli intieri quindi sulle frazioni. Per esempio dovendo to-

gliere da 9 $\frac{3}{4}$ la quantità 6 $\frac{5}{7}$ toglierò 6 dal 9 e mi resterà 3; ridurrò poi all'omogeneità le frazioni sottraendo e sottrattore le quali sono eterogenee, ed avrò $\frac{5}{7}=\frac{20}{28}$ e $\frac{3}{4}=\frac{21}{28}$, toglierò $\frac{20}{28}$ da $\frac{21}{28}$ ed avrò $\frac{1}{28}$ per resto:

Come si opera nel caso che la frazione sottraendo sia minore della frazione sottrattore?

Se poi la frazione sottraendo fosse minore della frazione sottrattore, per effettuare la sottrazione prenderò un'unità dell'intiero unito alla frazione sottraendo, ridurrò questa unità a quantità frazionaria della stessa specie della frazione sottraendo, ed eseguirò come sopra la sottrazione.

Per esempio, dovendosi togliere da 27 $\frac{1}{3}$ la quantità 12 $\frac{5}{8}$, ridotte le due frazioni $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{3}$ all'omogeneità ottengono $\frac{5}{8}=\frac{15}{24}$ e $\frac{1}{3}=\frac{8}{24}$; qui la frazione sottraendo cioè $\frac{8}{24}$ è minore della frazione sottrattore cioè $\frac{15}{24}$, prendo dunque dal 27 (intero unito alla frazione sottraendo) un'unità, la riduco a quantità frazionaria della medesima specie delle 2 frazioni cioè a ven-

tiquattresimi; un' unità è uguale a $\frac{24}{24}$, il cui numeratore aggiunto a 15 (numeratore della frazione sottraendo) forma $\frac{32}{24}$; da questa frazione tolgo $\frac{15}{24}$ ed ho $\frac{32}{24} - \frac{15}{24} = \frac{17}{24}$; quindi eseguisco la sottrazione sugli intieri, osservando che avendo tolta una unità da 27 mi è restato 26 dal quale tolgo il 12 ed ottengo $26 - 12 = 14$, dunque $27 \frac{1}{3} - 12 \frac{5}{8} = 14 \frac{17}{24}$

Moltiplicazione

Quanti sono i casi della Moltiplicazione?

Tre possono essere i casi della moltiplicazione delle frazioni. Moltiplicazione di una frazione per un intiero. Moltiplicare un intiero per una frazione. Moltiplicare una frazione per un altra frazione.

In che consiste il primo caso?

La moltiplicazione di una frazione per un intiero è una compendiosa addizione, è la ripetizione di una quantità tante volte quante è indicato dal moltiplicatore.

Come si opera nel primo caso?

Per moltiplicare una frazione per un intiero si moltiplica il numeratore per l'intero, e al prodotto si dà per denominatore il denominatore della frazione; dovendo per esempio moltiplicare $\frac{4}{6}$ per 8 devo addizionare $\frac{4}{6}$ otto volte, devo rendere la frazione $\frac{4}{6}$ otto volte

più grande dunque moltiplico 4 per 8, cioe il numeratore per l' intiero ed ho $\frac{4}{6} \times 8 \frac{32}{6}$

Altro modo per eseguire la moltiplicazione quando il dividendo è multiplo dell'intiero.

Se il denominatore della frazione sia multiplo dell' intero può effettuarsi la moltiplicazione anche dividendo il denominatore per l' intiero.
Dovendosi per esempio moltiplicare $\frac{8}{12}$, per 3, siccome 12 è multiplo di 3 divido 12 per 3 ed ho $\frac{8}{12:3} = \frac{8}{4}$ perchè così ho reso il denominatore 3 volte più piccolo, e però la frazione è cresciuta di 3 vòlte.

In che consiste il secondo caso?

Per moltiplicare un intero per una frazione si cerca un prodotto che sia composto del moltiplicando come il moltiplicatore è composto dell' unità.

Come si opera nel secondo caso?

Per moltiplicare un intiero per una frazione si moltiplica l'intero per il numeratore della frazione e al prodotto si dà per denominatore il denominatore della frazione. Così dovendo moltiplicare 9 per $\frac{5}{6}$ devo trovare un prodotto che sia composto del moltiplicando come il moltiplicatore è composto dell'unità: ma $\frac{5}{6}$ è la sesta parte dell'unità ripetuta 5 volte, ossia è l' unità divisa in 6 parti e presene 5; dunque il prodotto dovrà essere uguale alla sesta parte del 9 ripetuta 5 volte; moltiplicando

dunque l'intero pel numeratore cioè 9 per 5 avremo

$$9 \times 5 = \frac{45}{6}$$

Altro modo di eseguire la moltiplicazione se il denominatore sia multiplo dell'intiero.

In questo caso, se il denominatore sia multiplo dell'intiero si può effettuare la moltiplicazione dividendo il denominatore per l'intero.

Per esempio si abbia 4 da moltiplicarsi per $\frac{7}{12}$, si può dividere 12 per 4 ed otterremo

$$4 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{12:4} = \frac{7}{3}$$

Infatti dividendo il denominatore 12 per 4, lo rendo 4 volte più piccolo, e la frazione cresce di quattro volte.

In che consiste il terzo caso?

Il terzo caso consiste nel moltiplicare una frazione per una frazione. Dovremo ottenere il prodotto che si comporrà di uno dei fattori come l'altro fattore si compone dell'unità, e si fa una vera moltiplicazione.

Come si opera nel terzo caso?

Per moltiplicare una frazione per un altra frazione si moltiplicano i due numeratori fra loro, e al prodotto dei numeratori si dà per denominatore il prodotto dei denominatori delle frazioni stesse.

Per esempio dovendo moltiplicare $\frac{6}{8}$ per $\frac{5}{9}$ qui osservo che il prodotto deve essere composto del $\frac{6}{8}$ come il $\frac{5}{9}$ si compone dell'unità, $\frac{5}{9}$ è la 9ª parte dell'unità presa 5 volte, dunque il prodotto dovrà essere la nona parte di

$\frac{6}{8}$ presa 5 volte; moltiplicherò dunque 6 per 5 ed ho 30 quindi moltiplicherò 8 per 9 ed otterrò il prodotto 72 dunque

$$\frac{6}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{72}$$

Divisione.

La divisione delle frazioni consiste nel trovare un quoziente che moltiplicato per il divisore riproduca il dividendo, ossia devo trovare un quoziente di cui si componga il dividendo come il divisore si compone dell'unità.

In che consiste la division delle frazioni?

Per esempio dividere $\frac{3}{4}$ per 2 vuol dire trovare un numero del quale sia composto $\frac{3}{4}$ come il due è composto dell'unità. Due è due volte l'unità dunque il quoziente ripetuto due volte dovrà comporre o formare il $\frac{3}{4}$, dunque $\frac{3}{4}$ è due volte maggiore del quoziente; dunque ...rendo la metà del $\frac{3}{4}$ avrò il quoziente; ma per prendere la metà o $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{4}$ moltiplicherò il denominatore 4 per 2, ed avrò $\frac{3}{8}$; perciò, per dividere 3/4 per 2, moltiplico il denominatore 4 per il divisore 2.

Quanti casi si distinguono nella divisione?

Tre casi si distinguono nella divisione delle frazioni.

In che consiste il primo caso della divisione delle frazioni?

Il primo caso della divisione delle frazioni consiste nel dividere una frazione per un intiero.

Come si fa per dividere una frazione per un intero?

Per dividere una frazione per un intiero dovendosi trovare un quoziente di cui si componga il dividendo come il divisore si compone dell'unità, ed essendo il divisore un numero composto di più unità ne verrà che il dividendo dovrà essere uguale al quoziente ripetuto tante volte quante sono le unità del divisore; perciò dovremo rendere tante volte più piccola la frazione, di tante volte, quante unità sono contenute nel divisore. Ora per rendere una frazione un dato numero di volte più piccola sappiamo doversi dividere il numeratore quando questo sia multiplo del divisore, ovvero dovremo moltiplicare per il divisore il denominatore della frazione dividendo; per ciò all'oggetto di dividere $\frac{6}{8}$ per 3, poichè 6 è multiplo di 3, potremo dividere il numeratore pel divisore ed avremo

$$\frac{6}{8} : 3 = \frac{2}{8}$$

Ma avendo $\frac{5}{8}$ da dividersi per 3, non essendo 5 multiplo di 3, moltiplicherò il denominatore pel divisore ed avrò $\frac{5}{8} : 3 = \frac{5}{8 \times 3} = \frac{5}{24}$

Quale è il secondo caso?

Il 2^0 caso della divisione delle frazioni è la divisione di un intero per una frazione. Così 3 diviso per $\frac{5}{8}$ è un esempio del 2^0 caso.

Come si concepisce la divisione di un intero per una frazione?

La divisione di un intero per una frazione consiste nel trovare un quoziente del quale si componga l'intero dividendo, come la frazione divisore si compone dell'unità.

Come si opera la divisione d'un intero per una frazione.

Dato 3 da dividersi per $\frac{6}{8}$, dovendo trovare un quoziente del quale si componga 3 come $\frac{6}{8}$ è composto dell'unità, esamino come è composto $\frac{6}{8}$ dell' unità, e vedo che è composta dell' unità divisa in 8 parti delle quali ne sono state prese 6; dunque il dividendo dovrà esser composto del quoziente diviso in 8 parti e ripetuto 6 volte, ciò che equivale a dire che il quoziente del quale deve comporsi il 3 deve essere 8 volte più grande, e 6 volte più piccolo del 3 dividendo, dunque per avere il quoziente dividerò il 3 per sei e lo moltiplicherò per 8 onde avrò $3:\frac{6}{8}=3\times\frac{8}{6}=\frac{24}{6}$, vedo perciò che per dividere il 3 per $\frac{6}{8}$ ho moltiplicato il denominatore per 3, e al prodotto ho dato per denominatore il numeratore di $\frac{6}{8}$; perciò praticamente potrò

rovesciare la frazione divisore ed eseguire la moltiplicazione $3 : \frac{6}{8} = 3 \times \frac{8}{6} = \frac{24}{6}$

Qual è il 3° caso della divisione delle frazioni?

Il 3° caso della divisione delle frazioni è la divisione di una frazione per un altra frazione.

In che consiste la divisione di una frazione per un'altra frazione?

La divisione di una frazione per un altra frazione consiste nel trovare un quoziente del quale si componga la frazione dividendo come la frazione divisore si compone dell'unità.

Come si eseguisce la divisione di una frazio. per un'altra frazione?

La divisione di una frazione per un altra frazione si opera rovesciando la frazione divisore ed eseguendo poscia la moltiplicazione, come: per dividere $\frac{3}{5}$ per $\frac{5}{9}$ rovescio $\frac{5}{9}$ ed ho $\frac{9}{5}$ onde

$$\frac{3}{5} : \frac{5}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{9}{5} = \frac{27}{25}$$

Perchè si rovescia la frazione divisore?

Abbiasi da dividere $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{5}$ Supponiamo di dover dividere per 2 invece che per $\frac{2}{5}$, eseguisco ed ottengo $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$ e $\frac{3}{8}$ sarà il quoziente, ma sarà un quoto 5 volte più piccolo di quello che devesi ottenere, perchè avendo diviso per *due* abbiamo diviso per una quantità 5 volte più grande, dunque per ottenere il vero quoziente moltiplicherò $\frac{3}{8}$ per 5 ed avremo $\frac{15}{8}$



